



**Zadania na XXIII Podkarpacki Konkurs Matematyczny
im. Franciszka Lejki
Poziom III**

(klasy trzecie liceum i technikum po szkole podstawowej)

Etap powiatowy

17 lutego 2023 r. godzina 10.00

(150 minut)

1. Wykaż, że dla każdego k całkowitego liczba $k^5 - k$ jest podzielna przez 30.
2. Dane są dwie funkcje: $f(x) = x^2 - 2x + m$
i $g(x) = (1 - m)x^2 + (m - 2)x + m - 1$. Dla jakich wartości parametru m nierówność $f(x) \geq g(x)$ jest zawsze spełniona?
3. Janek i Zenek razem naprawiają samochód w ciągu 10 godzin. Niestety po 4 godzinach wspólnej pracy Janek musiał zająć się innym pilnym zleceniem. Zenek sam dokończył rozpoczętą naprawę, pracując kolejne 9 godzin. W jakim czasie każdy z mechaników naprawiłby ten samochód samodzielnie?
4. Przyprostokątne AB i AC trójkąta prostokątnego ABC są średnicami 2 okręgów, które przecinają się w punkcie P leżącym na przeciwprostokątnej. Punkt P wraz ze środkami tych okręgów tworzy trójkąt o polu 1. Oblicz pole trójkąta ABC .
5. Rozwiąż układ równań w zbiorze liczb pierwszych :
$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 2k \\ xy + yz + xz = k + 10. \\ x + y = 5z \end{cases}$$

Powodzenia!